

И. ДЖ. ГУБЕЛАДЗЕ

**ОБОБЩЕННАЯ ПРОБЛЕМА  
СЕРРА  
ДЛЯ АФФИННЫХ КОЛЕЦ,  
ПОРОЖДЕННЫХ  
ОДНОЧЛЕНАМИ**

---

ТБИЛИССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

И. ДЖ. ГУБЕЛАДЗЕ

ОБОБЩЕННАЯ ПРОБЛЕМА  
СЕРРА ДЛЯ АФФИННЫХ  
КОЛЕЦ, ПОРОЖДЕННЫХ  
ОДНОЧЛЕНАМИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТБИЛИССКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ТБИЛИСИ 1982

## ВВЕДЕНИЕ

В главе 0 дается исторический обзор решения проблемы Серра, поставленной известным французским математиком Жан-Пьер Серром в 1955 году. Рассматриваются различные обобщения этой проблемы, одним из которых является гипотеза Д. Ф. Андерсона, предполагающая свободу конечно порожденных проективных модулей над аффинными нормальными кольцами, порожденными одночленами. Эта гипотеза была выдвинута в 1978 году, два года спустя после решения проблемы Серра в 1976 году Д. Квилленом и А. Суслиным.

В главе 1 обобщается теорема Серра о размерности Крулля кольца многочленов над нетеровым кольцом для любых подколец. Здесь же изучается вопрос о сведении общего случая к целому расширению для аффинных подколец, порожденных одночленами, и устанавливается достаточное условие для тривиальности группы Пикара для этих колец.

В главе 2 дается решение гипотезы Андерсона в случае целого расширения. Доказательство основной теоремы проходит методом Д. Квиллена.

0. გუბელაძე

სმრის განვითარებული პრობლემა ერთგვარად  
წარმოქმნილი ადინური რგო-  
ლური ადინური ადინური ადინური

რ ე ზ ი უ მ ე

შრომა ეძღვნება ფრანგი მათემატიკოსის ჟან-პიერ სერის ცნობილი პრობლემის განვითარებას ერთგვარად წარმოქმნილი ადინური რგოლებისთვის, კერძოდ დადებითადაა გადაწყვეტილი დ. ანდერსონის პიპოთეზა. განხილულია, აგრეთვე, ზემოაღნიშნული რგოლების სხვა ალგებრულ-გეომეტრიული თვისებები — შესწავლილია ზოგადი შემთხვევის მიხედვით გადართობამდე მიყვანის და პიკარის ჯგუფის ტრივიულობის საკმარისი პირობები. ნებისმიერი ქვერგოლებისთვის განვითარებულია სერის ცნობილი თეორემა მრავალწევრთა რგოლის კრულის განვითარების შესახებ. წიგნის შესავალ ნაწილში დაწვრილებითაა განხილული ჟან-პიერ სერის კლასიკური პრობლემის ამოხსნის 20 წლიანი ისტორია და ჩამოთვლილია ამ ხნის განმავლობაში მიღებული საგულისხმო შედეგები. ნულოვანი თავის დასასრულში დასმულია რამდენიმე პრობლემა, რომლებიც ბუნებრივად ანვითარდებიან ცნობილ ფაქტებს.

I. GUBELADZE

SERRE'S GENERALIZED PROBLEM FOR AFFINE RINGS  
GENERATED BY MONOMIALS

S u m m a r y

Chapter 0 gives the historical survey of the solution of Serre's problem formulated by the well-known French mathematician J. P. Serre in 1955.

Some generalizations of that problem are considered, one of which is the Anderson's conjecture on the freeness of finitely generated projective modules over an affine normal ring generated by monomials. The conjecture was posed in 1978, two years later after the solution of Serre's problem in 1976 by D. Quillen and A. Suslin.

Chapter 1 generalizes Serre's theorem on Krull's dimension for arbitrary subrings of the ring of polynomials over the Noetherian ring. The reduction of the general case to the integral extension for affine subrings generated by monomials is studied and the sufficient condition for the triviality of the Picard group of these rings is established.

Chapter 2 gives the solution of Anderson's conjecture in the case of integral extension. The proof of the main theorem is carried out by the method of D. Quillen.

---

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение . . . . .	3
Глава 0. Проблема Серра и близкие вопросы . . . . .	4
Глава 1. Об алгебро-геометрических свойствах подколец кольца многочленов . . . . .	17
§ 1. О размерности Крулля подколец кольца многочленов . . . . .	17
§ 2. О подкольцах кольца многочленов над полем, порожденных одночленами . . . . .	26
§ 3. О подкольцах кольца многочленов $k[t_1, \dots, t_d]$ над полем, для которых группа Пикара тривиальна . . . . .	32
Глава 2. Обобщенная проблема Серра для аффинных нормальных колец, порожденных одночленами . . . . .	38
Литература . . . . .	60

Редактор издательства Л. И. Абуашвили  
Технический редактор А. В. Омиадзе  
Корректор Е. С. Сулханишвили

ИБ 907

Сдано в производство 18.07.82. Подписано в печать 30.12.82.

УЭ 18912. Бумага  $60 \times 84^{1/16}$ .

Усл. печ. л. 4. Уч.-изд. л. 2,97. Тираж 700. Заказ 1814

Цена 30 коп.

Издательство Тбилисского университета,  
Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 14.  
თბილისის უნივერსიტეტის გამომცემლობა,  
თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 14.

Типография Тбилисского университета,  
Тбилиси, 380028, пр. И. Чавчавадзе, 1.  
თბილისის უნივერსიტეტის სტამბა,  
თბილისი, 380028, ი. ჭავჭავაძის პროსპექტი, 1.